МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ
МИНИСТАРСТВО НАУКЕ, ТЕХНОЛОШКОГ РАЗВОЈА И ИНОВАЦИЈА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ
РЕГИОНАЛНИ ЦЕНТАРИ ЗА ТАЛЕНТЕ РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ

РЕГИОНАЛНО ТАКМИЧЕЊЕ ТАЛЕНТОВАНИХ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА, ПО НАУЧНИМ ОБЛАСТИМА И НАСТАВНИМ ПРЕДМЕТИМА, РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ, 18. АПРИЛ 2026.

Т Е С Т И З М А Т Е М А Т И К Е

СРЕДЊА ШКОЛА, III РАЗРЕД

Тест урадила: Биљана Стојаковић, професор, МШ``Стевица Јовановић``, Панчево
Рецензент: Марина Јеленковић, дипломирани математичар

РЕШЕЊА :Тест из МАТЕМАТИКЕ за III разред средње школе
18. април 2026. године

1.	Прав ваљак и права купа имају заједничку основу . Врх купе је центар друге основе ваљка. Ако је однос висине ваљка и изводнице купе 4:5 , тада је однос површине ваљка и купе једнак:			
	А) $3:2$	Б) $7:5$	В) 4:3	Г) $7:4$

Права купа је уписана у прав ваљак, па ваљак и купа имају исти полупречник основе r и исту висину H

$H:s = 4:5 = k \Leftrightarrow H = 4k, s = 5k$

$r^2 = s^2 - H^2 \Leftrightarrow r^2 = (5k)^2 - (4k)^2 \Leftrightarrow r^2 = 9k^2 \Leftrightarrow r = 3k$

$\frac{P_{valjka}}{P_{kupe}} = \frac{2r\pi(r+H)}{r\pi(r+s)} = \frac{2(3k+4k)}{3k+5k} = \frac{7}{4} \Leftrightarrow P_{valjka}:P_{kupe} = 7:4$

2.	Ако је угао при врху осног пресека купе једнак $120°$, а збир дужина висине и изводнице једнак 3, тада је запремина купе једнака:			
	А) 2π	Б) $\frac{4\pi}{3}$	В) π	Г) $\frac{\pi}{3}$

Нека је ΔABC осни пресек купе. То је једнакокраки троугао чији је угао при врху $120°$, па су углови на основици по $30°$. Нека је D подножје висине из темена C. Тада је ΔBCD правоугли троугао са оштрим угловима $30°$ и $60°$ у ком је хипотенуза s, катете r, H . Па следи $s = 2H$.
Збир дужина висине и изводнице једнак 3, следи $H + s = 3$ и $s = 2H$, одакле је $H = 1$, $s = 2$
Из правоуглог ΔBCD следи $r = \sqrt{s^2 - H^2} \Leftrightarrow r = \sqrt{4-1} \Leftrightarrow r = \sqrt{3}$
Запремина купе : $V = \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot H \Leftrightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3}^2 \cdot \pi \cdot 1 \Leftrightarrow V = \pi$

3.	Ако је растојање тачке $P(x_0, y_0)$ до криве $x^2 + 4x + y^2 = 0$ исто као растојање од тачке $P(x_0, y_0)$ до $M(2,0)$, тада x_0 и y_0 задовољавају једнакост:			
	А) $x_0{}^2 + \frac{1}{3} y_0{}^2 = 1$	Б) $x_0{}^2 - \frac{1}{3} y_0{}^2 = 1$	В) $\frac{1}{3} x_0{}^2 - y_0{}^2 = 1$	Г) $\frac{1}{3} x_0{}^2 + y_0{}^2 = 1$

Крива $x^2 + 4x + y^2 = 0$ је кружница $(x+2)^2 + y^2 = 4$,са центром $C(-2,0)$ и полупречником $r = 2$
Нека је тачка N на кружници таква да је $NP = MP$. Тада је $CP = CN + NP = 2 + NP = 2 + MP$
Како је $CP = \sqrt{(x_0+2)^2 + y_0{}^2}$, $MP = \sqrt{(x_0-2)^2 + y_0{}^2}$ и $CP = 2 + MP$
$\sqrt{(x_0+2)^2 + y_0{}^2} = 2 + \sqrt{(x_0-2)^2 + y_0{}^2}$ Након квадрирања :
$(x_0+2)^2 + y_0{}^2 = 4 + 2\sqrt{(x_0-2)^2 + y_0{}^2} + (x_0-2)^2 + y_0{}^2$ Сређивањем овог добија се:
$2x_0 - 1 = \sqrt{(x_0-2)^2 + y_0{}^2}$ Квадрирањем и сређивањем добија се $x_0{}^2 - \frac{1}{3} y_0{}^2 = 1$

4.	Угао под којим се секу парабола $\mathscr{P}: y^2 = 16x$ и хипербола $\mathscr{H}: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ је:			
	А) $arctg\frac{\sqrt{6}}{6}$	Б) $30°$	В) $arctg\frac{4\sqrt{6}}{3}$	Г) $45°$

Тражени угао се добија као угао између тангенти на хиперболу и параболу у заједничкој пресечној тачки. Одређујемо пресечне тачке параболе и хиперболе: $\frac{x^2}{4} - \frac{16x}{12} = 1 \Leftrightarrow 3x^2 - 16x - 12 = 0$ Решења ове квадратне једначине су $x = -\frac{2}{3} < 0$ тако да ово решење одбацујемо и друго решење је $x = 6$
Даље је $y^2 = 16 \cdot 6 \Leftrightarrow y_1 = -4\sqrt{6}$, $y_2 = 4\sqrt{6}$ Дакле пресечне тачке су $A(6, 4\sqrt{6})$, $B(6, -4\sqrt{6})$

Тангента на хиперболу у тачки $A(6, 4\sqrt{6})$ $t_1: \frac{6x}{4} - \frac{4\sqrt{6}\,y}{12} = 1 \Leftrightarrow t_1: y = \frac{3\sqrt{6}}{4}x - \frac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow k_1 = \frac{3\sqrt{6}}{4}$
Тангента на параболу у тачки $A(6, 4\sqrt{6})$ $t_2: 4\sqrt{6}y = 8(x+6) \Leftrightarrow t_2: y = \frac{\sqrt{6}}{3}x - 2\sqrt{6} \Rightarrow k_2 = \frac{\sqrt{6}}{3}$

Тангенс траженог угла φ је: $tg\varphi = \left|\frac{\frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{3\sqrt{6}}{4}}{1 + \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{3\sqrt{6}}{4}}\right| \Leftrightarrow tg\varphi = \frac{\sqrt{6}}{6} \Leftrightarrow \varphi = arctg\frac{\sqrt{6}}{6}$

5. Вредност реалног параметра m тако да је висина која одговара основи $(\vec{a},\vec{b})$ паралелепипеда конструисаног над векторима $\vec{a}=(0,1,1),\vec{b}=(1,0,1),\vec{c}=(m,1,0)$ једнака $\frac{2\sqrt{3}}{3}$, износи:

А) 2	Б) $\frac{3}{2}$	В) 1	Г) $\frac{2}{3}$

$$V=\left|\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})\right|=\left\|\begin{matrix}0&1&1\\1&0&1\\m&1&0\end{matrix}\right\|=|m+1|$$

$$B=\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|=\left\|\begin{matrix}\vec{\imath}&\vec{\jmath}&\vec{k}\\0&1&1\\1&0&1\end{matrix}\right\|=\left|\vec{\imath}+\vec{\jmath}-\vec{k}\right|=\sqrt{3}$$

$V=B\cdot H$ и $B=\sqrt{3}$ и H=$\frac{2\sqrt{3}}{3}$ и $V=\ m+1$ следи $m+1=\sqrt{3}\cdot\frac{2\sqrt{3}}{3}$ следи $m=1$

6. Производ вредности реалних параметара p и q за које је систем $\begin{cases}x-2y+q\cdot z=3\\ 5x+2y=1\\ p\cdot x+2z=2\end{cases}$

неодређен је:

А) -12	Б) 8	В) 12	Г) -8

Решавањем система методом детерминанти добија се да је детерминанта система $\Delta=24-2pq$, детерминанта промењљиве x , tj $\Delta_x=16-4q=4(4-q)$, слично $\Delta_y=10q-pq-28$, $\Delta_z=24-8p=8(3-p)$. Дакле решења система су:

$$x=\frac{4(4-q)}{2(12-pq)}\ ;y=\frac{10q-pq-28}{2(12-pq)}\ ;z=\frac{8(3-p)}{2(12-pq)}$$

За $p=3$, $q=4$ решење система је $x=\frac{0}{0}$; $y=\frac{0}{0}$; $z=\frac{0}{0}$ тј систем је неодређен.

Производ вредности реалних параметара p и q за које је систем неодређен је $p\cdot q=12$

7. Дати су вектори $\vec{a}=(2,-3,1),\vec{b}=(1,-2,3),\vec{c}=(1,2,-7)$. Збир координата вектора $\vec{d}$ који је нормалан на векторе $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и $\vec{d}\cdot\vec{c}$ =10 износи:

А)13	Б) 11	В) -10	Г) 15

Нека тражени вектор има координате $\vec{d}=(x_0,y_0,z_0)$. Из услова

$$\begin{cases}\vec{d}\text{ нормалан }\vec{a}\\ \vec{d}\text{ нормалан }\vec{b}\\ \vec{d}\cdot\vec{c}=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{d}\cdot\vec{a}=0\\ \vec{d}\cdot\vec{b}=0\\ \vec{d}\cdot\vec{c}=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x_0-3y_0+z_0=0\\ x_0-2y_0+3z_0=0\\ x_0+2y_0-7z_0=10\end{cases}$$ *Решавањем система добијају се*

вредности координата вектора $\vec{d}=(x_0,y_0,z_0)=(7,5,1)$, следи $x_0+y_0+z_0=13$

8.	Основа правог паралелепипеда је ромб, а површине дијагоналних пресека су S_1 и S_2 .Тада је површина омотача овог паралелепипеда једнака:		
А) $2\sqrt{{S_1}^2+{S_2}^2}$	Б) $\sqrt{{S_1}^2+2{S_2}^2}$	В) $\sqrt{2({S_1}^2+{S_2}^2)}$	Г) $\sqrt{2{S_1}^2+{S_2}^2}$

Дијагонални пресек S_1 је правоугаоник са страницама H то је висина парлелепипеда и d_1 то је дијагонала ромба, па је површина $S_1 = H \cdot d_1$.

Дијагонални пресек S_2 је правоугаоник са страницама H то је висина парлелепипеда и d_2 то је друга дијагонала ромба, па је површина $S_2 = H \cdot d_2$.

Површина омотача паралелепипеда једнака је $M = 4 \cdot a \cdot H$

$$\begin{cases} S_1 = H \cdot d_1 \\ S_2 = H \cdot d_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} {S_1}^2 = H^2 \cdot {d_1}^2 \\ {S_2}^2 = H^2 \cdot {d_2}^2 \end{cases} \Leftrightarrow {S_1}^2+{S_2}^2 = H^2 \cdot {d_1}^2 + H^2 \cdot {d_2}^2 \Leftrightarrow {S_1}^2+{S_2}^2 = H^2 \cdot \left({d_1}^2+{d_2}^2\right)$$

С друге стране $a^2 = \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 \Leftrightarrow {d_1}^2 + {d_2}^2 = 4a^2$ Заменом у претходну једнакост:

${S_1}^2+{S_2}^2 = H^2 \cdot 4 \cdot a^2$ и након кореновања: $\sqrt{{S_1}^2+{S_2}^2} = 2 \cdot a \cdot H$, одакле заменом у М следи

$M = 2 \cdot \sqrt{{S_1}^2+{S_2}^2}$

9.	Темена пирамиде су средишта доње основе коцке , а врх је центар горње основе коцке основне ивице a. Површина пирамиде је:		
А) $8a^2$	Б) $4a^2\sqrt{2}$	В) $2a^2$	Г) $a^2\sqrt{2}$

На описани начин добија се правилна четворострана пирамида .Висина пирамиде је $H = a$ и нека је основна ивица пирамиде b.

$b^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Leftrightarrow b = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Висина бочне стране пирамиде h:

$h^2 = H^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 \Leftrightarrow h^2 = a^2 + \frac{2a^2}{16} \Leftrightarrow h^2 = \frac{18a^2}{16} \Leftrightarrow h = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$

$P = B + M$

$B = b^2$ $\qquad M = 4\frac{b \cdot h}{2}$

$B = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2$ $\qquad M = 2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3a\sqrt{2}}{4}$

$B = \frac{a^2}{2}$ $\qquad M = \frac{3a^2}{2}$ $\qquad$ следи P=$2a^2$

10. Збир квадрата решења једначине $\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ x & 1 & 5 & 3 \\ 1 & 5 & 11 & 8 \\ 1 & 1 & x & 1 \end{vmatrix} = 0$ износи:

А) 17	Б) 20	В) 4	Г) 10

$$1 \cdot (-1)^2 \begin{vmatrix} 5 & 11 & 8 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & x & 1 \end{vmatrix} + (-1) \cdot (-1)^3 \cdot \begin{vmatrix} x & 5 & 3 \\ 1 & 11 & 8 \\ 1 & x & 1 \end{vmatrix} + (-1) \cdot (-1)^4 \cdot \begin{vmatrix} x & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} + (-1) \cdot (-1)^5 \cdot \begin{vmatrix} x & 1 & 5 \\ 1 & 5 & 11 \\ 1 & 1 & x \end{vmatrix} = 0$$

Након сређивања добија се квадратна једначина: $x^2 - 4x + 3 = 0$ чија су решења $x_1 = 1$, $x_2 = 3$, па је збир квадрата решења једначине

${x_1}^2 + {x_2}^2 = 10$

РЕГИОНАЛНО ТАКМИЧЕЊЕ ПО НАУЧНИМ ОБЛАСТИМА И СМОТРА ИСТРАЖИВАЧКИХ РАДОВА ТАЛЕНАТА 18.АПРИЛ 2026.

ТЕСТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ ЗА III РАЗРЕД СРЕДЊИХ ШКОЛА

ЛИСТА ОДГОВОРА

БРОЈ ЗАДАТКА	ОДГОВОРИ			
1.	**А**	**Б**	**В**	**Г**
2.	**А**	**Б**	**В**	**Г**
3.	**А**	**Б**	**В**	**Г**
4.	**А**	**Б**	**В**	**Г**
5.	**А**	**Б**	**В**	**Г**
6.	**А**	**Б**	**В**	**Г**
7.	**А**	**Б**	**В**	**Г**
8.	**А**	**Б**	**В**	**Г**
9.	**А**	**Б**	**В**	**Г**
10.	**А**	**Б**	**В**	**Г**